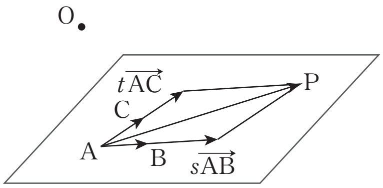
PART3 同一平面上にある点

要点① 4点が同一平面上にある条件

一直線上にない3点A，B，Cを通る平面ABCは1つに定まる。

この平面上に点Pがある条件，すなわち4点A，B，C，Pが同一平面上にある条件は以下。



4点が同一平面上にある条件

一直線上にない3点A，B，Cが定める平面ABCについて

点Pが平面ABC上にある

$\iff$ $\overrightarrow{AP}=s\overrightarrow{AB}+t\overrightarrow{AC}$ を満たす実数 s，t が存在する

例 3点A$(-3,\ 1,\ 4)$，B$(0,\ 3,\ 2)$，C$(3,\ 3,\ 1)$の定める平面ABC上に点P$(0,\ 1,\ z)$があるとき，zの値を求める。

$$\overrightarrow{AB}=(3,\ 2,\ -2),\ \overrightarrow{AC}=(6,\ 2,\ -3)$$

より，3点A，B，Cは一直線上にない。よって，4点A，B，C，Pが同一平面上にあるとき，$\overrightarrow{AP}=(3,\ 0,\ z-4)$ に対して

$$\overrightarrow{AP}=s\overrightarrow{AB}+t\overrightarrow{AC}$$

を満たす実数 s，t が存在する。

$$(3,\ 0,\ z-4)=s(3,\ 2,\ -2)+t(6,\ 2,\ -3)$$

すなわち

$$(3,\ 0,\ z-4)=(3s+6t,\ 2s+2t,\ -2s-3t)$$

したがって $\begin{cases} 3=3s+6t & \cdots\cdots① \\ 0=2s+2t & \cdots\cdots② \\ z-4=-2s-3t & \cdots\cdots③ \end{cases}$

①，②より　$s=-1$，$t=1$

③に代入して　$z=3$

[MEMO]

3 3点 A(3, 2, 1), B(4, 3, 2), C(−2, −6, −1) の定める平面 ABC 上に点 P(x, 5, 2) があるとき，x の値を求めよ。

Point Pickup

4点が同一平面上にある条件

一直線上にない3点 A，B，C が定める平面 ABC について

点 P が平面 ABC 上にある

$\iff$ $\overrightarrow{AP}=s\overrightarrow{AB}+t\overrightarrow{AC}$ を満たす実数 s，t が存在する

第 6 講 PART3 確認問題

1 3 点 A$(-1,\ 2,\ -2)$，B$(-3,\ 5,\ 1)$，C$(3,\ 3,\ 5)$ の定める平面 ABC 上に点 P$(x,\ 1,\ 0)$ があるとき，x の値を求めよ。

$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を求めると

$$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\left(-2,\ \boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イ}}\right),\ \overrightarrow{\mathrm{AC}}=\left(\boxed{\text{ウ}},\ \boxed{\text{エ}},\ 7\right)$$

これより，3 点 A，B，C は一直線上にない。

よって，4 点 A，B，C，P が同一平面上にあるとき

$$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=s\overrightarrow{\mathrm{AB}}+t\overrightarrow{\mathrm{AC}}$$

を満たす実数 s，t が存在する。

s，t の値を求めると

$$s=\frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}},\ t=\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

であるから，x の値を求めると

$$x=\boxed{\text{コ}}$$

PART3 同一平面上にある点

3 3点 A$(3,\ 2,\ 1)$，B$(4,\ 3,\ 2)$，C$(-2,\ -6,\ -1)$ の定める平面 ABC 上に点 P$(x,\ 5,\ 2)$ があるとき，x の値を求めよ。

[解答]

$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=(1,\ 1,\ 1)$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}=(-5,\ -8,\ -2)$

より，3点 A，B，C は一直線上にない。よって，4点 A，B，C，P が同一平面上にあるとき，$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=(x-3,\ 3,\ 1)$ に対して

$$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=s\overrightarrow{\mathrm{AB}}+t\overrightarrow{\mathrm{AC}}$$

を満たす実数 s，t が存在する。

$$(x-3,\ 3,\ 1)=s(1,\ 1,\ 1)+t(-5,\ -8,\ -2)$$

すなわち

$$(x-3,\ 3,\ 1)=(s-5t,\ s-8t,\ s-2t)$$

したがって
$$\begin{cases} x-3=s-5t & \cdots\cdots① \\ 3=s-8t & \cdots\cdots② \\ 1=s-2t & \cdots\cdots③ \end{cases}$$

②，③より　$s=\dfrac{1}{3}$，$t=-\dfrac{1}{3}$

①に代入して　$x=5$

第6講 PART3 確認問題 解答

1 **[正解]** ア：3，イ：3，ウ：4，エ：1，オカ：-1，
キ：2，ク：1，ケ：2，コ：2

[解説]

A$(-1,\ 2,\ -2)$，B$(-3,\ 5,\ 1)$，C$(3,\ 3,\ 5)$ であるから

$$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=(-2,\ 3,\ 3)$$

$$\overrightarrow{\mathrm{AC}}=(4,\ 1,\ 7)$$

これより，3点A，B，Cは一直線上にない。

よって，4点A，B，C，Pが同一平面上にあるとき，

$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=(x+1,\ -1,\ 2)$ に対して

$$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=s\overrightarrow{\mathrm{AB}}+t\overrightarrow{\mathrm{AC}}$$

を満たす実数 s，t が存在するから **[A]**

$$(x+1,\ -1,\ 2)=s(-2,\ 3,\ 3)+t(4,\ 1,\ 7)$$

すなわち

$$(x+1,\ -1,\ 2)=(-2s+4t,\ 3s+t,\ 3s+7t)$$

したがって

$$\begin{cases} x+1=-2s+4t & \cdots\cdots① \\ -1=3s+t & \cdots\cdots② \\ 2=3s+7t & \cdots\cdots③ \end{cases}$$

②，③より

$$s=-\frac{1}{2},\ t=\frac{1}{2}$$

①に代入して

$$x=2$$

> **[A]**　4点が同一平面上にある条件
> 一直線上にない3点A，B，Cが定める平面ABCについて
> 点Pが平面ABC上にある
> $\iff \overrightarrow{\mathrm{AP}}=s\overrightarrow{\mathrm{AB}}+t\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を満たす実数 s，t が存在する